

OVERSCHRIJDINGSDUUR VAN STORMEN

1. INLEIDING

De marginale kansverdeling van de significante golfhoogte HS duidt aan met welke kans HS gemeten op een willekeurig tijdstip een bepaalde waarde overschrijdt. HS varieert echter continu in de tijd en de marginale kansverdeling bevat geen informatie betreffende de tijdsduur gedurende dewelke een bepaalde waarde wordt overschreden. In deze studie wordt deze karakteristiek van de tijdreeks in beeld gebracht. Hiertoe wordt, voor verschillende drempelwaarden x , de duur van een overschrijding berekend. Voor hoge x , kan men deze duur beschouwen als een stormduur.

De stormduur varieert niet alleen met de drempelwaarde maar ook van storm tot storm. Daarom wordt zowel de empirische frequentieverdeling van de stormduur voor een gegeven drempelwaarde als de gemiddelde waarde afgeleid en dit per meetstation (zie Hoofdstuk 2). Voor de gemiddelde overschrijdingsduur wordt verwacht dat, voor drempelwaarden die met dezelfde kans worden overschreden ter plaatse van ieder meetstation, gelijkaardige waarden worden genoteerd. Dit wordt onderzocht in Hoofdstuk 3, waar een relatie tussen de gemiddelde overschrijdingsduur en de kans van overschrijding wordt afgeleid, onafhankelijk van het meetstation. Hoofdstuk 4 tenslotte behandelt de consequenties van deze relatie voor de berekening van ontwerpwaarden van de significante golfhoogte. De resultaten van de studie worden samengevat in Hoofdstuk 5.

2. EMPIRISCHE VERDELING VAN DE STORMDUUR PER MEETSTATION

In dit hoofdstuk wordt een methode uiteengezet om de frequentieverdeling van de stormduren te bepalen voor verschillende drempelwaarden ter plaatse van een meetstation. Paragraaf 2.1 bespreekt hoe uit de meetreeks van de significante golfhoogte, die ontbrekende gegevens kan bevatten, stormen en "overschrijdingsduren" kunnen worden bepaald. Paragraaf 2.2 toont een aantal voorbeelden van de toepassing van deze methode.

2.1. Berekening van de empirische verdeling van de stormduur en de gemiddelde waarde

Beschouw voor een gegeven meetstation de metingen $HS(t)$ waarbij t een tijdsindex aanduidt. Voor significante golfhoogte metingen is t typisch discreet met metingen uitgevoerd elke 15 minuten (of voor oudere gegevens elke 30 minuten).

Voor een gegeven drempelwaarde x , noemen we een overschrijding de situatie waarbij:

$$HS(t-dt_-) < x \text{ terwijl } HS(t) > (x) \quad (1)$$

waarbij dt_- het tijdsverschil met de eerst beschikbare meting vooraleer het tijdstip t aanduidt. Indien dt_- kleiner is dan 3 uur, dan wordt het tijdstip van overschrijding $t_>$ berekend als volgt:

$$t_> = t - \frac{HS(t) - x}{HS(t) - HS(t - dt_-)} dt_- \quad (2)$$

Indien dt_- groter is dan 3 uur, dan wordt het tijdstip van overschrijding $t_>$ als ongekend beschouwd. Als benadering wordt $t_>$ in zulk geval gelijkgesteld aan $(t-7.5)$ minuten.

Op dezelfde wijze noemen we voor een drempelwaarde x , een onderschrijding de situatie waarbij:

$$HS(t+dt_+) < x \text{ terwijl } HS(t) > (x) \quad (3)$$

waarbij dt_+ het tijdsverschil met de eerste beschikbare meting na het tijdstip t aanduidt. Indien dt_+ kleiner is dan 3 uur, dan wordt het tijdstip van onderschrijding $t_<$ berekend als volgt:

$$t_< = t + \frac{HS(t) - x}{HS(t) - HS(t + dt_+)} dt_+ \quad (4)$$

Indien dt_+ groter is dan 3 uur, dan wordt het tijdstip van onderschrijding t_+ als ongekend beschouwd. Als benadering wordt t_+ in dit geval gelijkgesteld aan $(t+7.5)$ minuten.

De toepassing van voorgaande extractiemethode leidt tot een reeks overschrijdingen waarbij verschillende overschrijdingen vlak na elkaar gebeuren (onderbroken door onderschrijdingen van korte duur). Zulke overschrijdingen maken duidelijk deel uit van éénzelfde storm (in de meteorologische betekenis). Daarom worden de individuele overschrijdingen sequentieel doorlopen en gegroepeerd als volgt: wanneer de tijd tussen een onderschrijding en de daaropvolgende overschrijding korter is dan 1 dag of de duur van de voorgaande storm, dan wordt die overschrijding beschouwd als deel uitmakend van de voorgaande storm. Op deze wijze wordt een lijst bekomen van gegroepeerde overschrijdingen, waarvoor zowel de totale overschrijdingsduur als de duur van de bijhorende storm (het tijdsverschil tussen de eerste overschrijding en de laatste onderschrijding) worden berekend. Enkel die stormen waarvoor de begintijd en de eindtijd van de storm gekend is (d.w.z. metingen zijn beschikbaar binnen de 3 uur voor en na de storm) worden weerhouden om de nauwkeurigheid van de resultaten te verbeteren (het blijft wel mogelijk dat binnen de storm voor sommige overschrijdingen benaderende overschrijdings- en onderschrijdingstijden worden gebruikt).

Hierna onderzoeken we enkel verder de overschrijdingsduur en niet de stormduur. Zoals wordt aangetoond in Hoofdstuk 4 is het immers de gemiddelde overschrijdingsduur van de drempelwaarde die relevant is voor de berekening van de terugkeerperiode van stormen waarbij de drempelwaarde (alleszins voor een gedeelte van de tijd) wordt overschreden. De verhouding van de overschrijdingsduur ten opzichte van de totale stormduur is uiteraard verschillend van storm tot storm maar is gemiddeld vrij stabiel en varieert tussen de 62% en 76% voor de verschillende stations. Vereenvoudigend kan men stellen dat tijdens een storm de drempelwaarde typisch gedurende $2/3$ van de tijd wordt overschreden.

2.2. Voorbeelden van toepassing

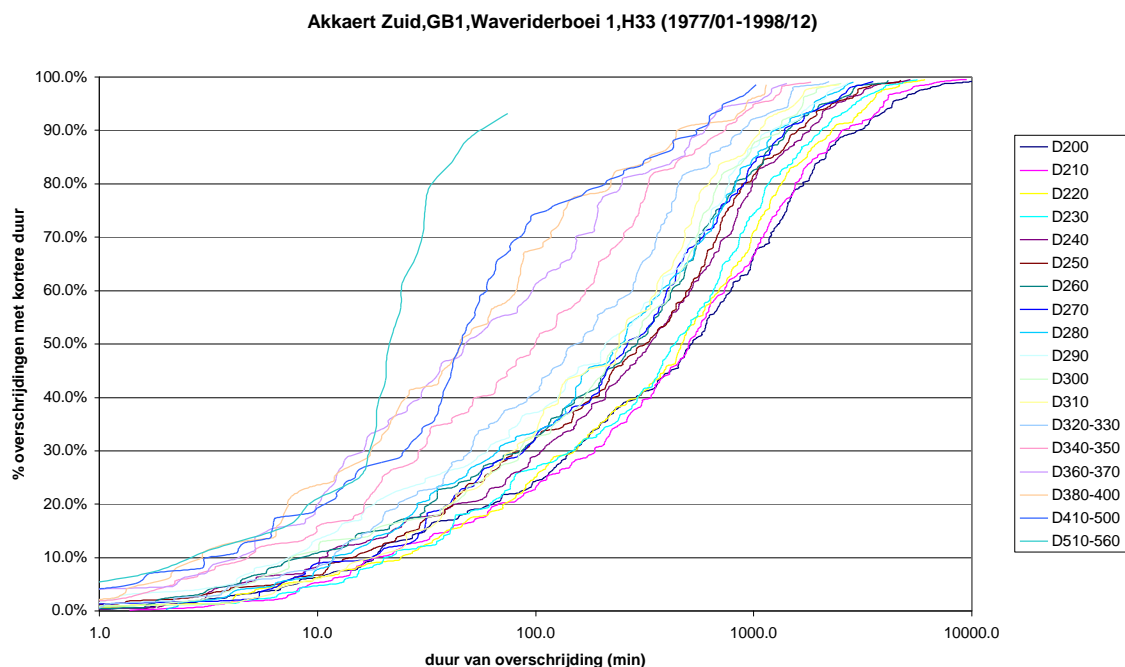
Gebruikmakend van de methode beschreven in Paragraaf 2.1 zijn voor een selectie van meetstations de stormen bepaald voor verschillende drempelwaarden, startend vanaf 2 meter en stijgend met intervallen van 10 cm tot geen stormen meer worden gedetecteerd. Voor iedere drempelwaarde is vervolgens de empirische frequentieverdeling van de stormduren uitgezet. Omdat het weinig zin heeft een frequentieverdeling te tonen voor een zeer gering aantal stormen, worden echter verschillende drempelwaarden samengevoegd indien het aantal stormen minder dan 100 bedraagt. De gemiddelde waarde en de schattingsfout van de gemiddelde waarde wordt bepaald voor iedere drempelwaarde. De schattingsfout is gebaseerd op de klassieke formule:

$$\sigma_{\mu} = \frac{s_T}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

waarbij σ_{μ} de standaarddeviatie van de fout op de geschatte gemiddelde waarde μ voorstelt, s_T overeenkomt met de standaarddeviatie van de stormduren en n het aantal stormen voorstelt. De berekening van σ_{μ} wordt echter beperkt tot die drempelwaarden waarvoor minstens 10 stormen zijn waargenomen, omdat voor lagere waarden de schatting van de standaardfout weinig betrouwbaar is.

Bij wijze van voorbeeld tonen we in de volgende paragrafen de resultaten voor Akkaert (Waveriderboei) en Westhinder (Wavecboei).

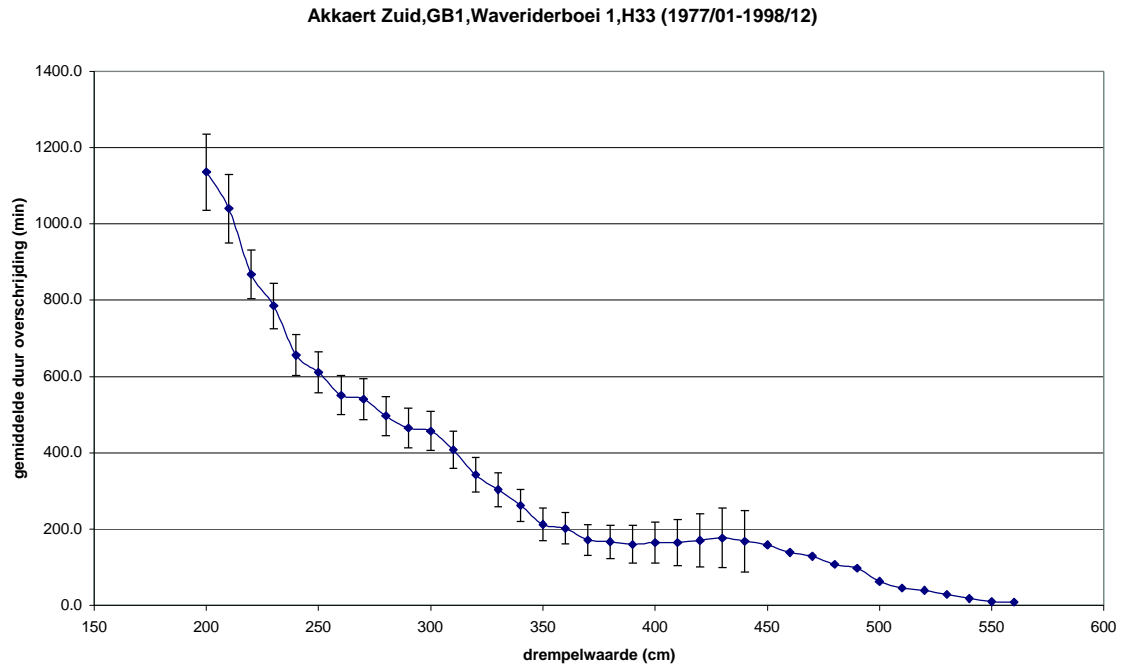
2.2.1. Akkaert



Figuur 1 - Empirische frequentieverdeling van de overschrijdingsduur ter plaatse van Akkaert

Figuur 1 toont de empirische frequentieverdeling van de overschrijdingsduren gemeten ter plaatse van Akkaert voor verschillende drempelwaarden (bv. “D200” verwijst naar de drempelwaarde $x=200$ cm). De spreiding van de duren is zodanig dat voor de x-as een logaritmische transformatie dient gebruikt te worden, hetgeen doet vermoeden dat de overschrijdingsduur eerder lognormaal verdeeld is. Verder merkt men dat de verdeling systematisch verschuift naar hogere waarden naarmate de drempelwaarde stijgt. Een verdere statistische modellering van de kansverdeling van de overschrijdingsduur valt echter buiten het bestek van deze studie.

Figuur 2 toont hoe de gemiddelde overschrijdingsduur varieert in functie van de drempelwaarde. Voor iedere schatting van het gemiddelde is eveneens een ± 1 -standaarddeviatie interval aangeduid.



Figuur 2 - Gemiddelde overschrijdingduur (+/- 1 standaarddeviatie van de schattingsfout) in functie van de drempelwaarde ter plaatse van Akkaert

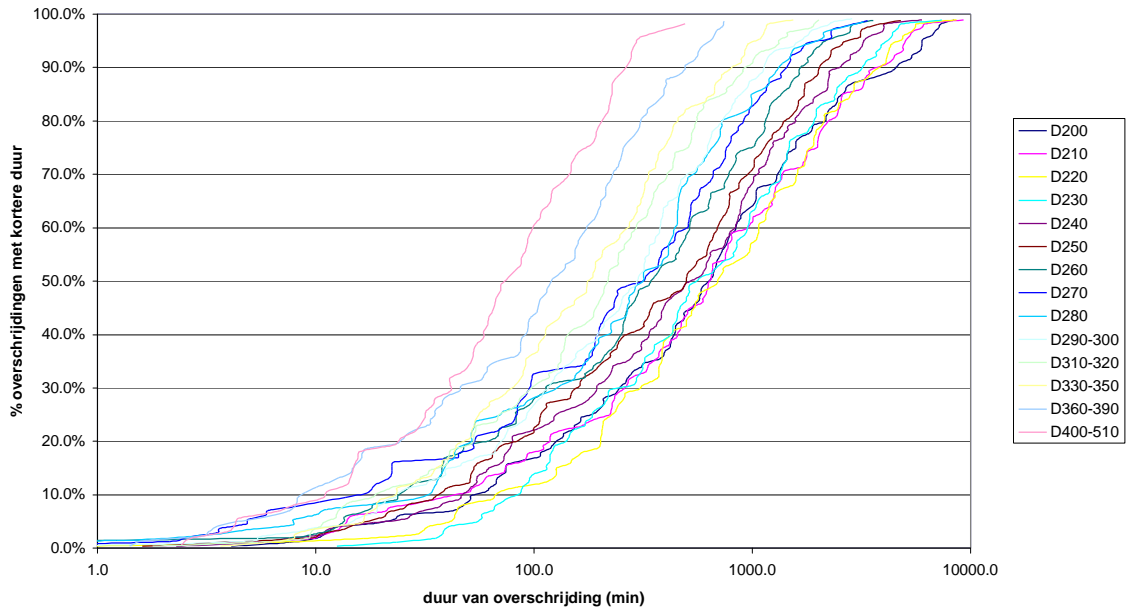
Het verloop van deze curve is eerder exponentieel. Bij de beoordeling van de schattingsfout dient men rekening te houden met het feit dat de fouten bij verschillende drempelwaarden niet onafhankelijk zijn. Dit is vooral belangrijk bij de hogere drempelwaarden waar het aantal stormen beperkt is. Bij de hoogste drempelwaarden, waar het aantal stormen kleiner is dan 10, wordt overigens geen schattingsfout aangeduid, omdat deze waarde met onvoldoende betrouwbaarheid kan bepaald worden.

2.2.2. Westhinder (wavecboei)

Figuur 3 toont op gelijkaardige wijze de frequentieverdeling van de overschrijdingsduur ter plaatse van Westhinder. Opnieuw merkt men een zeer gelijkaardige (eerder lognormale) vorm van de kansverdeling voor verschillende drempelwaarden.

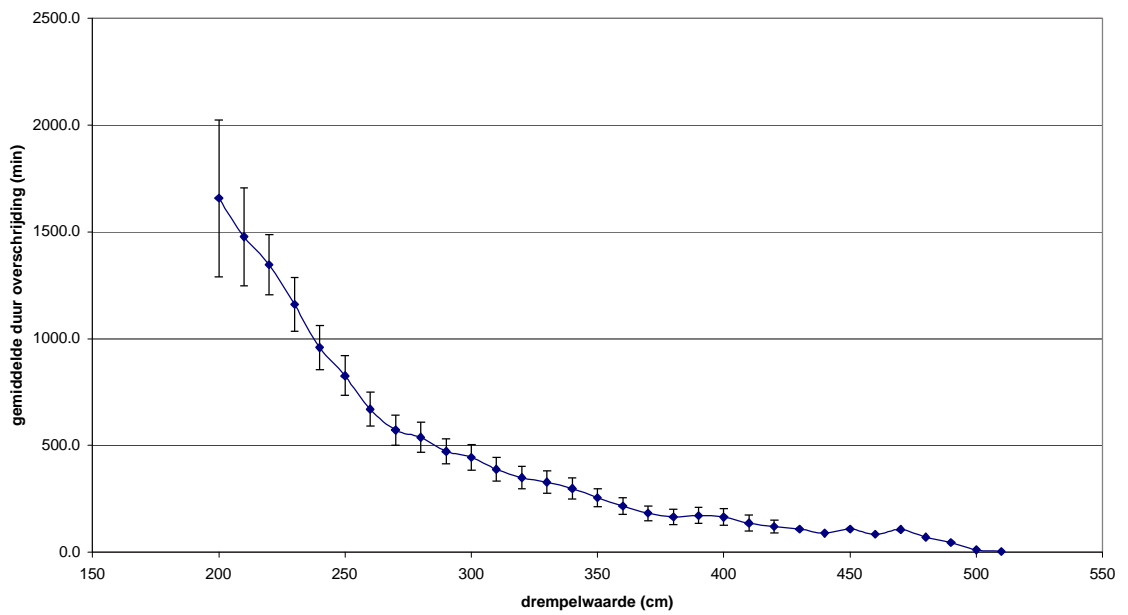
Figuur 4 toont het verloop van de gemiddelde overschrijdingsduur in functie van de drempelwaarde. Ook in dit geval is dit verloop eerder exponentieel.

Westhinder,DB1,Wavecboei 1,HM0 (1977/01-1998/12)



Figuur 3 - Empirische frequentieverdeling van de overschrijdingduur ter plaatse van Westhinder

Westhinder,DB1,Wavecboei 1,HM0 (1977/01-1998/12)



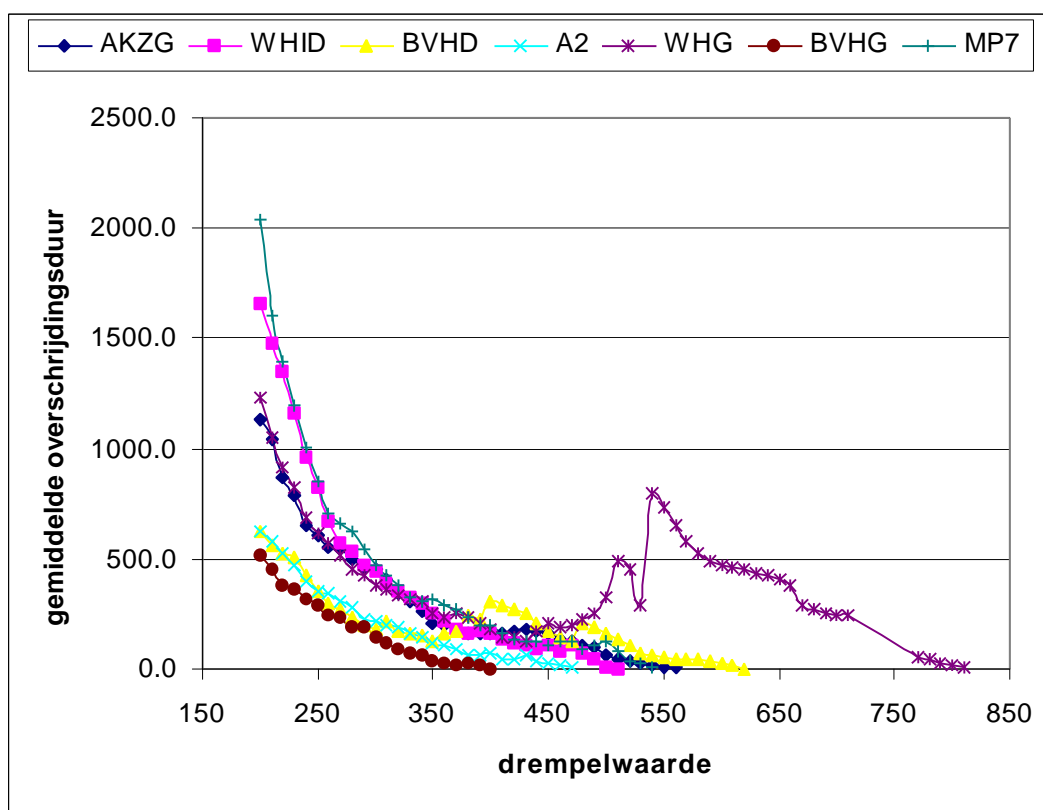
Figuur 4 - Gemiddelde overschrijdingsduur (+/- 1 standaarddeviatie van de schattingsfout) in functie van de drempelwaarde ter plaatse van Westhinder

3. FIT VAN DE GEMIDDELDE OVERSCHRIJDINGSDUUR

Figuur 5 toont de gemiddelde overschrijdingsduur in functie van de drempelwaarde voor volgende 7 datasets:

symbool	meetstation	meetwaarde	u	k
AKZG	Akkaert Zuid	H33	103.1	1.48
WHID	Westhinder	HM0	110.7	1.51
BVHD	Bol van Heist	HM0	74.9	1.37
A2	A2-boei	H33	75	1.38
WHG	Westhinder	H33	113.6	1.53
BVHG	Bol van Heist	H33	73.4	1.42
MP7	Stappenbaak 1	H33	121.6	1.57

Tabel 1 - Lijst van de meetstations waar de gemiddelde overschrijdingsduur is bepaald en parameters u en k van de marginale Weibull kansverdeling van de significante golfhoogte

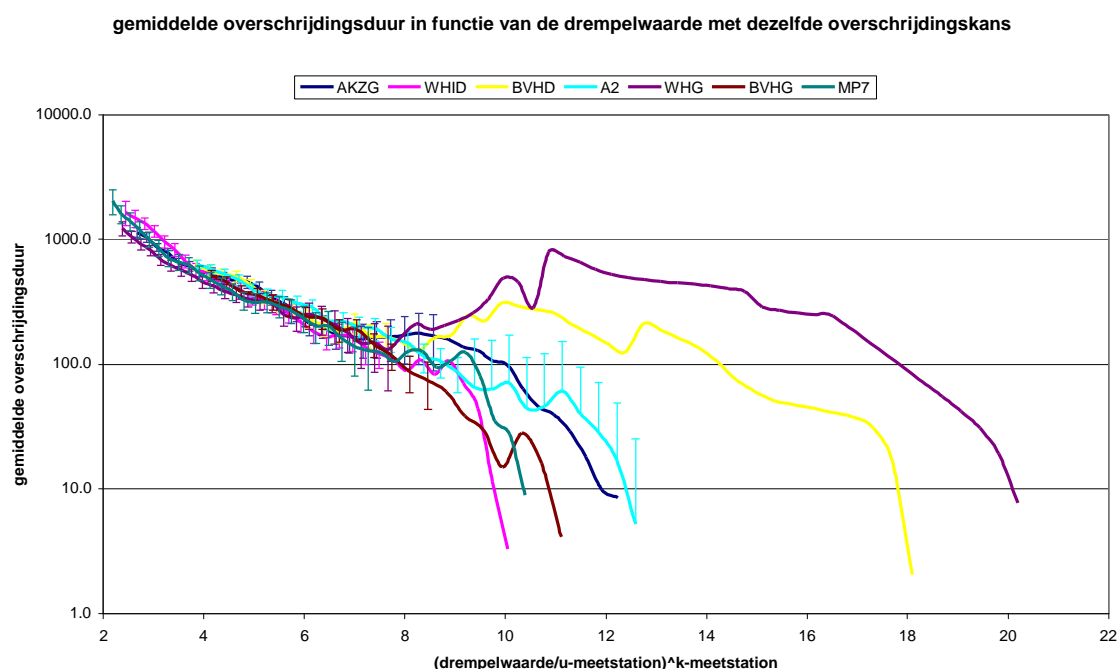


Figuur 5 - Gemiddelde overschrijdingsduur in functie van de drempelwaarde voor verschillende meetstations

Voor de Bol Van Heist (directionele meetgegevens) en voor Westhinder (golfboei metingen) merkt men bij de hoge drempelwaarden een niet-exponentieel verloop. Dit

is echter te wijten aan één enkele storm waarbij een relatief lange duur wordt geregistreerd.

Figuur 5 toont verder dat voor dezelfde drempelwaarde de gemiddelde stormduur sterk verschilt van meetstation tot meetstations. Dit is te verwachten vermits de frequentie waarmee de significante golfhoogte op een willekeurig tijdstip tijdens het jaar de drempelwaarde overschrijdt eveneens sterk verschilt van meetstation tot meetstation. Deze frequentie is eerder geschat (zie Meteoatlas) door middel van een Weibull verdeling die wordt gekarakteriseerd door twee parameters u en k , die in Tabel 1 worden samengevat.



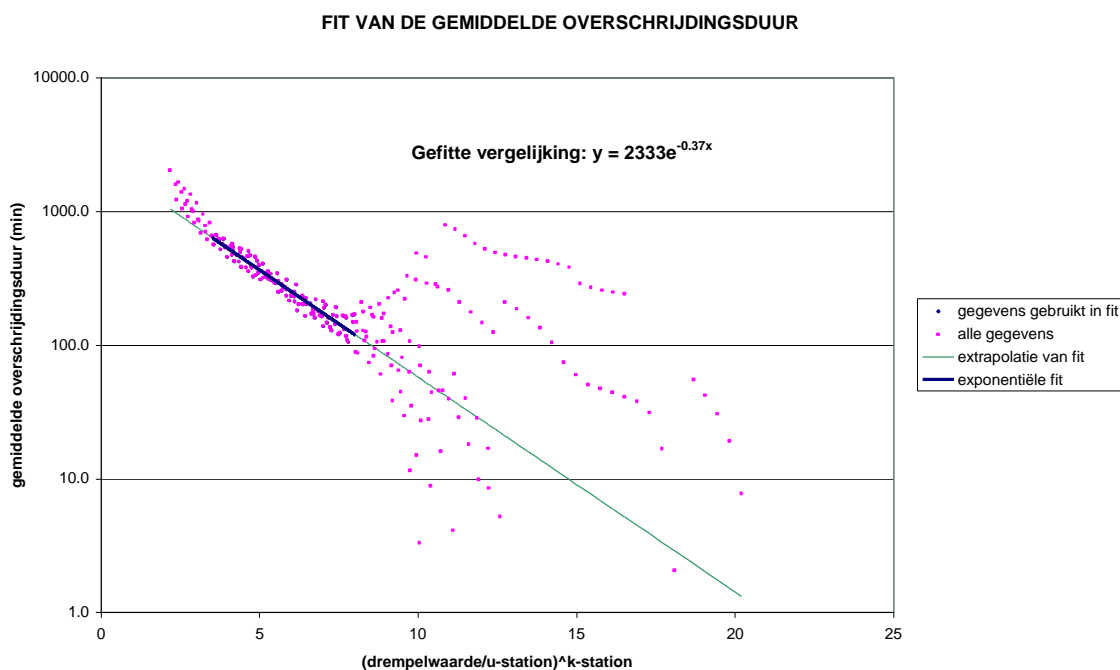
Figuur 6 - Gemiddelde overschrijdingduur +/- 1 standaarddeviatie van de schattingsfout voor de verschillende meetstations in functie van een genormaliseerde drempelwaarde

Figuur 6 corrigeert dit probleem door de overschrijdingsduur (na logtransformatie) uit te zetten in functie van een genormaliseerde drempelwaarde die voor ieder meetstation dezelfde overschrijdingskans heeft: $x_{\text{norm}}=(x/u)^k$. In functie van deze getransformeerde waarde vindt men dat de waarden voor de verschillende meetstations typisch binnen de schattingsfout vallen. Voor de hogere drempelwaarden is dit niet het geval, maar de schattingen zijn in dit geval gebaseerd op een beperkt aantal stormen en een grotere variatie valt te verwachten.

De curven tonen een quasi-exponentieel verloop dat echter voor lage drempelwaarden een iets steilere helling kent. Omdat vooral de hogere drempelwaarden van belang zijn, worden daarom enkel de gegevens met

genormaliseerde drempelwaarde tussen 3 en 8 beschouwd voor het fitten van de relatie.

De gefitte exponentiële curve wordt geïllustreerd in Figuur 7.



Figuur 7 - Exponentiële fit van de gemiddelde overschrijdingsduur in functie van de genormaliseerde drempelwaarde

Voor genormaliseerde drempelwaarden lager dan 3 merkt men dat de gefitte curve de gemiddelde overschrijdingsduur licht onderschat. Voor waarden hoger dan 8 tonen de data een zeer hoge dispersie: zoals eerder opgemerkt is dit te verwachten gezien het gering aantal stormen waarop deze gegevens zijn gebaseerd, gezien de hoge variatie van de overschrijdingsduur rond de gemiddelde waarde en gezien de hoge correlatie van de gegevens voor verschillende drempelwaarden. Voor drempelwaarden tussen 3 en 8 vindt men een goede fit en het resultaat wordt daarom als voldoende nauwkeurig beschouwd voor waarden hoger dan 3.

4. JAARLIJKSE FREQUENTIE VAN DE OVERSCHRIJDING VAN EEN DREMPELWAARDE EN OVEREENKOMSTIGE ONTWERPWAARDEN

De resultaten voor de gemiddelde duur van onafhankelijke groepen van overschrijdingen kunnen gecombineerd worden met de kansverdeling van de significante golfhoogte om de jaarlijkse frequentie van een overschrijding te bepalen. Hoe dit gebeurt wordt uiteengezet in dit hoofdstuk.

Voor voldoende hoge waarden van de significante golfhoogte is de kans dat een waarde h op een willekeurig tijdstip wordt overschreden van de vorm:

$$P(H > h) = e^{-\left(\frac{h}{u}\right)^k} \text{ voor } h > h_D \quad (6)$$

waarbij h_d verwijst naar een drempelwaarde die wijzigt van meetstation tot meetstation, u en k overeenkomen met meetstation afhankelijke parameters van de Weibull verdeling en H verwijst naar de significante golfhoogte gebaseerd op metingen van de golfhoogten gedurende 15 minuten. Voor de meetstations in Tabel 1 varieert h_D tussen 55 en 100 cm. Vergelijking (6) is dus van toepassing voor alle drempelwaarden die in deze beschouwd worden, vermits deze steeds groter zijn dan 200 cm.

De gemiddelde duur van een overschrijding van de genormaliseerde waarde $(h/u)^k$ is eerder gefit als:

$$E(T_{H>h}) = 2333 \times e^{-0.37\left(\frac{h}{u}\right)^k} \text{ voor } \left(\frac{h}{u}\right)^k > 3 \quad (7)$$

Uit vergelijking (6) volgt dat de ondergrens van deze fit gedurende 5% van de tijd wordt overschreden bij ieder meetstation.

Het jaarlijkse verwachte aantal overschrijdingen van de significante golfhoogte h is dan:

$$\lambda(H > h) = \frac{365 \times 24 \times 60 \times P(H > h)}{E(T_{H>h})} \quad (8)$$

of na substitutie van Vergelijkingen (6) en (7):

$$\lambda(H > h) = 225.3 \times e^{-0.63 \left(\frac{h}{u}\right)^k} \quad \text{voor } h > \max(h_d, 3^{\frac{1}{k}} u) \quad (9)$$

De drempelwaarde die gemiddeld 1 maal wordt overschreden in T_R jaar vindt men dan door de volgende vergelijking op te lossen naar h_D :

$$1 = 225.3 \times T_R \times e^{-0.63 \left(\frac{h_D}{u}\right)^k} \quad (10)$$

Hieruit volgt:

$$h_D = u \times \left[-\frac{1}{0.63} \ln \left(\frac{1}{225.3 T_R} \right) \right]^{1/k} \quad (11)$$

Vergelijking (7) voorspelt echter ook overschrijdingsduren die kleiner zijn dan 15 minuten: in dit geval is voorgaande formule niet meer van toepassing vermits HS per definitie gedefinieerd is als een statistiek die een meetperiode van minimaal 15 minuten beschrijft. In dit geval dient de ontwerpwaarde berekend te worden op basis van de marginale kansverdeling waar men de waarde h_p zoekt die met kans $p=15/(365 \times 24 \times 60 \times T_R)$ wordt overschreden. Deze "marginale" ontwerpwaarde volgt rechtstreeks uit Vergelijking (6) en komt overeen met:

$$h_D = u \times \left[-\ln \left(\frac{1}{35040 T_R} \right) \right]^{1/k} \quad (12)$$

Ter illustratie worden beide Vergelijkingen (15) en (16) toegepast voor Akkaert Zuid (H33) en Westhinder (HM0) in Tabel 2.

terugkeer- periode (jaren)	ontwerpwaarden (cm)				gemiddelde duur $HS > h_D$ (min)
	Akkaert		Westhinder		
	h_p	h_D	h_p	h_D	
0.1	426	304	445	319	374
0.5	481	402	501	420	146
1	504	441	524	460	97
10	576	561	598	582	25
25	604	605	626	627	15
50	624	637	647	660	10
100	645	669	667	692	6
1000	710	769	733	793	2
10000	772	863	796	889	0.4

Tabel 2 - Berekening van h_p en h_D voor Akkaert en Westhinder en gemiddelde duur van overschrijding $HS > h_D$

De berekende waarden tonen dat voor een terugkeerperiode kleiner dan 25 jaar de gemiddelde duur van de overschrijding van de overeenkomstige h_D waarde groter is dan 15 minuten. Dit betekent dat de overschrijdingen van zulke drempelwaarde typisch verschillende 15-minuten durende overschrijdingen groeperen. Indien men de ontwerpwaarde wenst te bepalen waarvoor “onafhankelijke” overschrijdingen gemiddelde 1 maal in T_R voorkomen, dan is voor $T_R < 25$ jaar de waarde h_D te verkiezen. De gemiddelde duur van zulk een overschrijding is echter groter dan 15 minuten en binnen 1 enkele “onafhankelijke” overschrijding zullen typisch meerdere overschrijdingen van de drempelwaarde na elkaar gebeuren. De waarde h_p is in dit geval representatief voor de HS waarde die gemiddeld éénmalig in T_R jaren wordt overschreden tijdens slechts 15 minuten van de overschrijdingsduur.

Voor terugkeerperiodes $T_R \geq 25$ jaar is de gemiddelde duur van de overschrijding geschat als kleiner dan 15 minuten en zijn de resultaten berekend in deze studie niet meer relevant, vermits een overschrijdingsduur per definitie minimum 15 minuten bedraagt. In dit geval dient men de waarde h_p te gebruiken als ontwerpwaarde en men kan stellen dat overschrijdingen van dit niveau typisch onafhankelijk zijn (d.w.z. niet voorkomen binnen éénzelfde stormperiode).

Het betrouwbaarheidsinterval van de berekende waarden van h_D kan, in analogie met de betrouwbaarheidsintervallen voor h_p , geschat worden door rekening te houden met de onzekerheid op de geschatte waarden van $\ln u$ en $1/k$. Gebruikmakend van Vergelijking (11) vindt men in dit geval:

$$\sigma_{\log(h_D)} = \sqrt{\text{VAR}(\log(u)) + \text{VAR}\left(\frac{1}{k}\right) \left(\log\left(-\frac{1}{0.63} \log\left(\frac{1}{225.3T_R}\right)\right)\right)^2 + 2 \times \text{COVAR}\left(\log(u), \frac{1}{k}\right) \left(\log\left(-\frac{1}{0.63} \log\left(\frac{1}{225.3T_R}\right)\right)\right)} \quad (13)$$

Een benaderend 95% tweezijdig betrouwbaarheidsinterval voor de schatting van h_D komt dan overeen met:

$$\left(h_D e^{-1.96\sigma_{\log(h_D)}}, h_D e^{1.96\sigma_{\log(h_D)}} \right) \quad (14)$$

In deze formules wordt de onzekerheid op de gemiddelde overschrijdingsduur verwaarloosd: dit is een redelijke benadering, gezien de goede fit voor de genormaliseerde drempelwaarden tussen 3 en 8, gezien het relatief hoog aantal gegevens in dit interval en gezien het feit dat de toepassing van deze formule is beperkt tot overschrijdingsduren groter dan 15 minuten (genormaliseerde drempelwaarden kleiner dan 13.6) en de extrapolatie van de regressielijn dus relatief beperkt is. Aangepaste ontwerpwaarden en de overeenkomstige betrouwbaarheidsintervallen worden getoond in de MeteoAtlas.

5. SAMENVATTING

In dit rapport wordt de duur bestudeerd tijdens de welke de significante golfhoogte een bepaalde drempelwaarde overschrijdt. De gegevens hiertoe worden verzameld door voor ieder meetstation de tijdstippen van een overschrijding en een daaropvolgende onderschrijding van de drempelwaarde te bepalen. Het blijkt dat zulke individuele overschrijdingen vaak gegroepeerd zijn en dus duidelijk niet onafhankelijk. Daarom worden individuele overschrijdingen samengevoegd in een “storm” wanneer de overschrijdingen elkaar minder dan 24 uur opvolgen of wanneer de overschrijding volgt binnen een tussentijd korter dan de duur van de voorgaande storm. Voor deze “stormen” worden vervolgens de stormduur en de overschrijdingsduur binnen die storm bepaald. Typisch wordt tijdens de tijdspanne van een “storm” de drempelwaarde overschrijden tijdens $2/3$ van de tijd.

Voor een gegeven drempelwaarde blijkt de overschrijdingsduur zeer sterk te variëren. Deze variatie wordt weergegeven door de empirische frequentieverdeling uit te zetten voor verschillende drempelwaarden. Hoewel geen formele analyse is uitgevoerd in het kader van deze studie, lijken de gegevens lognormaal verdeeld te zijn met een hoge coëfficiënt van variatie die echter relatief onafhankelijk is van de beschouwde drempelwaarde. De gemiddelde duur neemt echter af met de beschouwde drempelwaarde.

Studie van de relatie tussen de gemiddelde duur en de drempelwaarde toont aan dat het verband voor voldoende hoge drempelwaarden als exponentieel kan beschouwd worden en dat de relatie onafhankelijk is van het beschouwde meetstation, indien men de drempelwaarde normaliseert (de genormaliseerde drempelwaarde wordt bij ieder station tijdens een zelfde fractie van het jaar overschreden). Dit leidt uiteindelijk tot de schatting van de gemiddelde duur van een overschrijding in Vergelijking (7) die gebruik maakt van de parameters u en k eerder geschat voor de marginale kansverdeling van HS.

In Hoofdstuk 4 wordt uiteengezet hoe het resultaat betreffende de gemiddelde overschrijdingsduur kan gebruikt worden voor de bepaling van de ontwerpwaarden. Het blijkt dat voor terugkeerperiodes minder dan 25 jaar, de gemiddelde overschrijdingsduur 15 minuten overtreft. Om de ontwerpwaarde te bepalen die gemiddeld gezien 1 maal wordt overschreden tijdens “onafhankelijke” stormen dient men in dit geval een duur groter dan 15 minuten te gebruiken. De overeenkomstige formules voor de berekening van de overeenkomstige ontwerpwaarden en hun onzekerheid vindt men in Vergelijkingen (11), (13) en (14). Voor terugkeerperiodes groter dan 25 jaar blijven de eerder bepaalde ontwerpwaarden op basis van de marginale kansverdeling en een overschrijdingsduur van 15 minuten echter van toepassing, vermits de analyse gemiddelde overschrijdingsduren lager dan 15

minuten aanduidt. Vermits HS echter representatief is voor een minimale duur van 15 minuten, dient deze waarde als een ondergrens te worden beschouwd.